

[고려대학교 문항정보]

1. 일반 정보

문항붙임번호	14	
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시모집 논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오전) / 1~4번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학 II, 미적분, 확률과 통계, 기하
	핵심개념 및 용어	함수의 그래프, 적분법, 내적, 조건부확률
예상 소요 시간	80분	

2. 문항 및 제시문

문제 1. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (35점)

함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $[0, 1]$ 에서 연속이다.

(나) $f(0) = 0$, $f(1) = 1$

(다) 구간 $[0, 1]$ 에서 $f'(x) > 0$ 이고 $f(x) \leq x$ 이다.

(라) $\int_0^{\frac{1}{2}} x f'(x) dx = \frac{13}{192}$

(마) 구간 $[0, 1]$ 에서 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x) = \int_0^x (1 - f(t)) dt + 3 \int_x^1 f(t) dt$$

이때, 함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 에서 극값 $\frac{61}{48}$ 을 갖는다.

1-1) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (5점)

1-2) $\int_0^1 \left| f(x) - \frac{1}{4} \right| dx$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (15점)

1-3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| f\left(f\left(\frac{k}{n}\right)\right) - \frac{k}{n} \right| f'\left(\frac{k}{n}\right)$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (15점)

문제 2. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (25점)

두 번 미분가능한 세 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여, $f(x)+f(-x)=0$ 이다.

(나) $f'(-1)=f'(1)=0$

(다) 구간 $(-1,1)$ 에서, $f''(x)=g'(x)$ 이다.

(라) $g(1)=\pi$, $h(1)=2\pi$, $h(-1)=1$

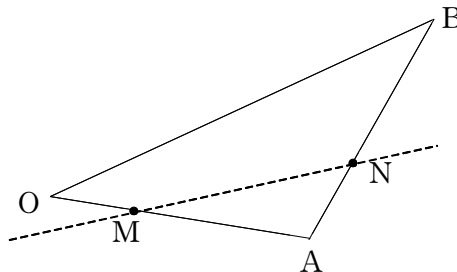
(마) $\int_{-1}^1 f'(x)h'(x)dx=\pi$

2-1) 구간 $(-1,1)$ 에서, $g(x)=g(-x)$ 임을 설명하시오. (10점)

2-2) $\int_0^1 g(x)(h'(x)+h'(-x))dx$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (15점)

문제 3. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

아래 그림과 같이 $\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=3$, $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$ 를 만족시키는 삼각형 OAB 에 대하여, 선분 OA 를 1:2로 내분하는 점을 M , 선분 AB 를 1:2로 내분하는 점을 N 이라 하자.



3-1) $\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}$ 라 할 때, $\overrightarrow{MN}$ 을 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 로 나타내고, 선분 MN 의 길이를 구하고 그 이유를 설명하시오. (10점)

3-2) 선분 OB 를 2:1로 내분하는 점을 B' 이라 하고, 점 B' 에서 직선 MN 에 내린 수선의 발을 H 라고 하자. 이때, 선분 MH 의 길이를 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

문제 4. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

실수 x 와 y 에 대하여, $x \wedge y = \begin{cases} x & (x \leq y) \\ y & (x > y) \end{cases}$ 라고 하자.

표본공간 S 의 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^c)$ 이다.

대한대학교와 민국대학교가 이틀에 걸쳐, 첫째 날은 야구 경기와 농구 경기를 하고, 둘째 날은 럭비 경기와 축구 경기를 한다. 대한대학교가 야구 경기에서 이기는 사건과 농구 경기에서 이기는 사건은 서로 독립이다. 그리고 모든 경기에서 무승부는 없다.

첫째 날, 대한대학교가 야구 경기에서 이길 확률을 x , 그리고 대한대학교가 농구 경기에서 이길 확률을 y 라고 하자.

둘째 날, 대한대학교가 첫째 날 두 경기 중 한 경기 이상 이긴 경우, 럭비 경기에서 이길 확률은 x , 축구 경기에서 이길 확률은 y 이다. 그리고 대한대학교가 첫째 날 두 경기 모두 진 경우, 사기가 떨어져서, 럭비 경기와 축구 경기에서 이길 확률은 각각 $x \wedge y$ 가 된다.

4-1) 대한대학교가 럭비 경기에서 이길 확률을 x 와 y 를 이용해서 표현하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

4-2) $x = \frac{1}{3}$ 이고, $x \leq y$ 일 때, 대한대학교가 럭비 경기에서 이길 확률이 대한대학교가 축구 경기에서 질 확률보다 작거나 같도록 하는 y 의 값의 범위를 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)