

[고려대학교 문항정보]

1. 일반 정보

문항 붙임번호	15	
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시모집 논술전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(오후)/1~4번	
출제 범위	교육과정 과목명	수학, 수학II, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	극한, 미분, 적분, 이차곡선, 경우의 수
예상 소요 시간	80 분	

2. 문항 및 제시문

문제 1. 다음을 읽고 물음에 답하시오. (30점)

20 이상의 자연수 n 에 대하여, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 다음 조건을 만족한다.

(가) $0 < a < 1$

(나) 두 점 $(-1, 1)$ 과 $(0, 1)$ 을 지난다.

(다) 두 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 영역의 넓이는 n 이다.

이때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 y 좌표를 y_n 이라 하고, 두 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 와 $y = x^2$ 의 교점 중 $(-1, 1)$ 이 아닌 점을 (d_n, d_n^2) 이라 하자. 참고로, $d_n \geq \sqrt{2n}$ 이다.

1-1) $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ 을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

1-2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{d_n^2}{n}$ 을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

1-3) $\lim_{n \rightarrow \infty} d_{n+1}(d_{n+1} - d_n)$ 을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

문제 2. 다음을 읽고 물음에 답하시오. (30점)

삼차함수 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + f(-x) - 2f(0)}{x^2} = 0$

(다) 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2g(x)}{x} = 1$ 이다.

2-1) $f\left(\frac{d}{2}\right)$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

2-2) 함수 $f(x)$ 를 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

2-3) $\int_{-3}^3 x(f(x) + 1)g(x)dx$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

문제 3. 다음을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

세 실수 a, b, c 와 세 점 $A(c, 0), B(-c, 0), O(0, 0)$ 에 대하여, $|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OB}| = b$ 를 만족하는 점 P 의 집합이 나타내는 곡선 C 와 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + a$ 는 만나지 않는다. 곡선 C 위의 점 P 와 직선 $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + a$ 사이의 거리가 최소일 때 점 P 의 x 좌표를 x_1 이라 하고, 거리가 최대일 때 x 좌표를 x_2 라 하자. (단, $b > 2c \geq 0$ 이다.)

3-1) $x_1 + x_2$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

3-2) $x_1 x_2 = -\frac{b^2}{12}$ 일 때, 곡선 C 의 길이를 ℓ 이라 하자. 이때, $\frac{\ell}{b}$ 의 값을 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

문제 4. 다음을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

1년 1월 1일부터 2025년 12월 31일까지의 날짜를 8개의 숫자를 이용하여 ①②③④⑤⑥⑦⑧의 형태로 나타내려 한다. 이때, ①②③④는 연도, ⑤⑥은 월, ⑦⑧은 일을 나타낸다. 예를 들어, 1년 1월 1일은 00010101로 나타낸다. 날짜 계산을 단순화하고자, 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12월은 31일, 2월은 28일, 그 외의 달은 30일까지 있다고 가정한다. 참고로, ①, ⑤, ⑦ 위치에 올 수 있는 숫자는 다음과 같다.

- ①에는 0, 1, 2
- ⑤에는 0, 1
- ⑦에는 0, 1, 2, 3

4-1) 1년 1월 1일부터 2025년 12월 31일까지의 날짜를 위와 같이 표현하자. 이때, 8개의 숫자가 모두 다른 경우, ①에 올 수 있는 숫자를 모두 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

4-2) 1년 1월 1일부터 2025년 12월 31일까지의 날짜를 위와 같이 표현하자. 이때, 8개의 숫자가 모두 다른 날짜의 개수를 구하고, 8개의 숫자가 모두 다른 날짜 중에서 1년 1월 1일로부터 가장 가까운 날짜를 구하시오. (10점)