

※ 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

문제 1.

자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 $(n, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름이 $\sqrt{n}$ 인 원을 A_n 이라 하자. 또한, 주어진 자연수 m 에 대하여 점 $(-m, 0)$ 을 지나고 기울기가 a 인 직선을 l 이라고 하자. 다음 물음에 답하시오.

1-1. 주어진 자연수 n 에 대하여 직선 l 이 원 A_n 과 적어도 한 점에서 만나기 위한 a^2 의 범위를 m 과 n 을 사용하여 나타내시오.

1-2. 직선 l 이 원 $A_1, A_2, \dots$ 중 정확히 하나의 원과 만나기 위한 a^2 의 범위를 m 을 사용하여 나타내시오.

1-3. 다음 조건을 만족하는 점 P 를 “좋은점”이라고 한다.

어떤 자연수 k 에 대하여 점 $(-k, 0)$ 과 점 P 를 지나는 직선이 원 $A_1, A_2, \dots$ 중 하나의 원과 점 P 에서만 만나고, 나머지 원과 만나지 않는다.

모든 “좋은점”을 구하고, 이 점들을 동시에 지나는 이차곡선을 구하시오.

수학C(자연), 수학D(자연)

활용 모집단위	[문제 1] 자연과학대학 수리과학부, 통계학과 사범대학 수학교육과 [문제 2] 공과대학 농업생명과학대학 조경·지역시스템공학부, 바이오시스템·소재학부, 산림과학부 약학대학
문항해설	[1-1] 직선이 원과 만날 조건을 직선의 방정식과 원의 방정식을 활용하여 구한다. [1-2] 문제 1-1에서 구한 조건에서 나오는 식의 최댓값을 도함수를 이용하여 구하는 문제이다. [1-3] 원과 직선의 접점의 좌표를 구하고, 그 접점들을 지나는 이차곡선을 구하는 문제이다.
출제의도	[1-1] 좌표평면에서 원과 직선의 관계를 이해하고, 원과 직선이 적어도 한 점에서 만나는 조건을 판별식을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다. [1-2] 유리함수의 도함수를 활용하여 그 그래프의 개형을 구하여 최댓값을 찾고, 그 값을 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. [1-3] 판별식을 이용하여 좌표평면 위의 원과 직선의 접점을 구할 수 있는지 평가하고, 점들을 지나는 이차곡선을 찾을 수 있는지 평가한다.
교육과정 출제근거	[개념] 직선의 방정식, 원의 방정식, 판별식, 원과 직선의 위치 관계, 도함수, 그래프의 개형, 접선, 이차곡선, 포물선 [출처] 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] “수학과 교육과정” 《수학》 - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 《수학》 - (2) 기하 - ② 직선의 방정식 《수학》 - (2) 기하 - ③ 원의 방정식 《수학 II》 - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 《미적분》 - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 《미적분》 - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 《기하》 - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선

자료출처

홍성복 외, 《수학》, 지학사, 2018, 56-59, 127-130, 141-151쪽
 류희찬 외, 《수학》, 천재교과서, 2018, 54-59, 121-126, 136-145쪽
 김원경 외, 《수학》, 비상교육, 2018, 49-51, 111-115, 127-139쪽
 이준열 외, 《수학》, 천재교육, 2018, 52-58, 123-127, 140-153쪽
 김원경 외, 《수학Ⅱ》, 비상교육, 2018, 78-92쪽
 류희찬 외, 《수학Ⅱ》, 천재교과서, 2018, 78-97쪽
 홍성복 외, 《수학Ⅱ》, 지학사, 2018, 83-98쪽
 고성은 외, 《수학Ⅱ》, 좋은책신사고, 2018, 80-96쪽
 홍성복 외, 《미적분》, 지학사, 2019, 81-87, 114-124쪽
 권오남 외, 《미적분》, 교학사, 2019, 82-87, 112-123쪽
 황선욱 외, 《미적분》, 미래엔, 2019, 82-85, 110-120쪽
 이준열 외, 《미적분》, 천재교육, 2019, 83-87, 112-121쪽
 류희찬 외, 《기하》, 천재교과서, 2019, 12-19쪽
 이준열 외, 《기하》, 천재교육, 2019, 11-17쪽
 권오남 외, 《기하》, 교학사, 2019, 12-19쪽
 김원경 외, 《기하》, 비상교육, 2019, 11-15쪽