

※ 제시문을 읽고 문제에 답하십시오.

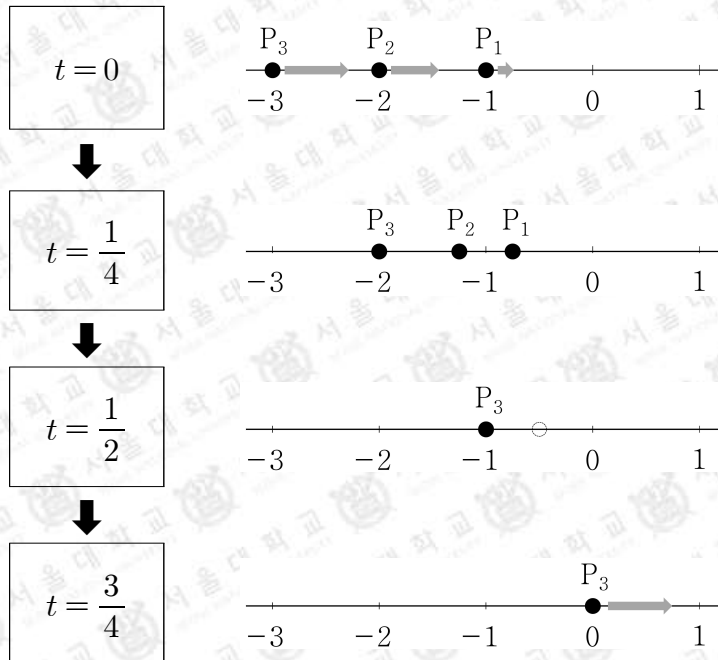
문제 2.

양의 정수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 수직선 위의 n 개의 점 $P_1, \dots, P_n$ 이 다음 [규칙]에 따라 움직이고 있다.

[규칙]

- (가) 점 P_k 는 수직선 위의 점 $-k$ 에서 출발하여 속도 v_k 로 움직인다.
즉, 시각 t 에서 점 P_k 의 위치는 $-k + v_k t$ 이다.
- (나) 모든 점들은 동시에 출발하며, 점들의 속도는 다음을 만족한다.
$$0 < v_1 < \dots < v_n$$
- (다) 두 개 이상의 점이 한 곳에서 만나면 그 점들은 모두 사라진다.
(단, 점들이 동시에 같은 위치에 놓이면 “만난다”라고 한다.)

예를 들어 $n=3$ 인 경우, 3개의 점들이 움직이는 속도가 $v_1=1, v_2=3, v_3=4$ 로 주어지면, 시각 $t=\frac{1}{2}$ 에서 두 점 P_1 과 P_2 가 수직선 위의 점 $-\frac{1}{2}$ 에서 만나서 사라진다. 점 P_3 은 다른 점과 만나서 사라지지 않고 계속 움직인다.



2-1. $n = 5$ 인 경우, 5 개의 점들이 움직이는 속도가 다음과 같이 주어져 있다.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5
1	4	6	18	20

사라지지 않고 계속 움직이는 점을 구하시오.

2-2. $n = 7$ 인 경우, 7 개의 점들이 움직이는 속도가 다음과 같이 주어져 있다.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
a	4	7	8	b	15	25

사라지지 않고 계속 움직이는 점이 P_1 이 되도록 하는 순서쌍 (a, b) 를 모두 구하시오.
(단, a, b 는 양의 정수)

2-3. $n = 100$ 인 경우, 100 개의 점들이 움직이는 속도가 다음과 같이 주어져 있다.

$$v_k = \begin{cases} k^2 + d & (1 \leq k \leq 50) \\ k^2 + d + 9 & (51 \leq k \leq 100) \end{cases}$$

시각 $t = \frac{1}{106}$ 에서 사라지지 않고 남아 있는 점의 개수를 구하시오.

(단, d 는 양의 정수이다.)

2-4. 문제 2-3의 상황에서, 100 개의 점 중 원점을 통과한 뒤 사라지는 점의 개수가 50 이 되도록 하는 양의 정수 d 의 개수를 구하시오. (단, 어떤 점이 원점에서 다른 점과 만나서 사라졌다면, 이 점은 원점을 통과하지 못한 것으로 한다.)

수학B-1

활용 모집단위	자연과학대학(수리과학부, 통계학과) 사범대학 수학교육과
문항해설	[2-1] 방정식을 활용하여 주어진 규칙에 따라 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 위치 관계를 이해할 수 있는지 평가한다. [2-2] 주어진 규칙에 따라 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 위치 관계를 이해하여 경우의 수를 셀 수 있는지 평가한다. [2-3] 주어진 규칙에 따라 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. [2-4] 주어진 규칙에 따라 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 위치 관계와 움직인 거리를 미지수 한 개에 대한 연립일차부등식을 이용하여 이해할 수 있는지 평가한다.
출제의도	[2-1] 방정식을 활용하여 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 위치 관계를 이해할 수 있는지 평가한다. [2-2] 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 위치 관계를 이해하여 경우의 수를 셀 수 있는지 평가한다. [2-3] 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. [2-4] 수직선 위를 일정한 속도로 움직이는 점들의 위치 관계와 움직인 거리를 미지수 한 개에 대한 연립일차부등식을 이용하여 이해할 수 있는지 평가한다.
교육과정 출제근거	[개념] 일차방정식, 속도, 거리, 일차부등식, 경우의 수, 위치, 연립일차부등식 [출처] 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] “수학과 교육과정” 《수학》 - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 《수학》 - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 《수학 II》 - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용
자료출처	고성은 외, 《수학》, 좋은책신사고, 2018, 82-86, 249-252쪽 박교식 외, 《수학》, 동아출판, 2018, 78-80, 255-258쪽 배종숙 외, 《수학》, 금성출판사, 2018, 88-90, 262-267쪽 권오남 외, 《수학II》, 교학사, 2018, 149-151쪽 이준열 외, 《수학II》, 천재교육, 2018, 140-143쪽 홍성복 외, 《수학II》, 지학사, 2018, 148-151쪽

총 76쪽 중 20쪽

이 문서는 상업적인 목적으로 사용할 수 없으며, 문서의 변형 및 발체도 금지합니다.