

※ 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

문제 1. 주어진 세 문자 x, y, z 에 대하여, 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 세 문자 x, y, z 로 이루어진 단항식, 간단하게 단항식은 실수 a 와 음이 아닌 정수 l, m, n 에 대해 $ax^l y^m z^n$ 과 같이 표현되는 식을 의미한다. 세 문자 x, y, z 로 이루어진 다항식, 간단하게 다항식은 단항식들의 합으로 표현되는 식을 의미한다. 특히, 0을 포함한 실수 또한 다항식으로 본다.

(나) 두 다항식 p 와 q 에 대하여, 어떤 실수 a, b, c 를 p 와 q 의 세 문자 x, y, z 에 대입 ($x=a, y=b, z=c$)하여 얻은 식의 값이 서로 다르면 p 와 q 는 서로 다른 다항식이다.

(다) 계수가 1인 단항식을 기본 단항식이라 한다. 즉, 기본 단항식은 음이 아닌 정수 l, m, n 에 대하여 $x^l y^m z^n$ 과 같이 표현되는 단항식을 의미한다. 이때, 기본 단항식 $x^l y^m z^n$ 의 차수는 $l+m+n$ 을 의미한다.

(라) 세 다항식 p_1, p_2, p_3 이 주어져 있을 때, 어떤 세 다항식 q_1, q_2, q_3 에 대하여 $r = p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3$ 과 같이 다항식의 합과 곱을 이용하여 나타낼 수 있는 기본 단항식 r 을 p_1, p_2, p_3 의 열매라고 한다.

예를 들어, 세 다항식 $p_1 = x^2 + 3yz$, $p_2 = 7xz + 4z^2$, $p_3 = 2xy$ 는 $x^4 = (x^2 + 3yz)x^2 + (7xz + 4z^2)(-xy) + (2xy)(2xz + 2z^2)$ 을 만족하므로 기본 단항식 x^4 은 p_1, p_2, p_3 의 열매이다.

1-1. 차수가 4인 기본 단항식 가운데 다음 세 다항식 p_1, p_2, p_3 의 열매가 아닌 것의 개수를 구하시오.

$$p_1 = 2x^2 - 2xy - xz + yz, \quad p_2 = 2xy - xz - 2y^2 + yz, \quad p_3 = 4xy - 2xz - 2yz + z^2$$

1-2. 실수 a 에 대하여 세 다항식 p_1, p_2, p_3 이 다음과 같이 주어져 있다.

$$p_1 = x^2 - y^2 + yz, \quad p_2 = ax^2 + xz + y^2, \quad p_3 = z^2$$

기본 단항식 가운데 p_1, p_2, p_3 의 열매가 아닌 것이 무수히 많도록 하는 a 의 값을 구하시오.

1-3. 다음 세 다항식 p_1, p_2, p_3 의 열매 중 차수가 4인 것을 모두 구하시오.

$$p_1 = x^2 - y^2 + yz, \quad p_2 = x^2 + xz + y^2, \quad p_3 = z^2$$

수학 B

활용 모집단위	자연과학대학(수리과학부, 통계학과) 사범대학 (수학교육과)
문항해설	[1-1] 다항식에 대한 이해를 토대로 인수분해와 중복조합을 이용해 경우의 수 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. [1-2] 다항식의 사칙연산과 관련된 간단한 증명 문제를 통해 필요충분조건에 대한 이해와 대우를 이용한 증명을 할 수 있는지 평가한다. [1-3] 다항식의 사칙연산을 활용할 수 있는지 평가한다.
출제의도	[1-1] 다항식에 대한 이해를 토대로 인수분해와 중복조합을 이용해 경우의 수 문제를 해결할 수 있는지 평가한다. [1-2] 다항식의 사칙연산과 관련된 간단한 증명 문제를 통해 필요충분조건에 대한 이해와 대우를 이용한 증명을 할 수 있는지 평가한다. [1-3] 다항식의 사칙연산을 활용할 수 있는지 평가한다.
교육과정 출제근거	[개념] 다항식의 사칙연산, 다항식의 인수분해, 대우를 이용한 증명법, 중복조합 [출처] 교육부 고시 제2020-236호[별책8] “수학과 교육과정” 《수학》 - (1) 문자와 식 ① 다항식의 연산, ③ 인수분해 《수학》 - (3) 수와 연산 ② 명제 《확률과 통계》 - (1) 경우의 수 ① 순열과 조합
자료출처	권오남 외, 《수학》, 교학사, 2020, 10-17, 29-33, 184-197쪽 류희찬 외, 《수학》, 천재교과서, 2020, 12-20, 30-33, 184-201쪽 배종숙 외, 《수학》, 금성출판사, 2019, 12-19, 36-38, 202-206쪽 이준열 외, 《수학》, 천재교육 2020, 10-19, 31-35, 194-207쪽 황선욱 외, 《수학》, 미래엔, 2020, 13-20, 34-37, 193-203쪽 김원경 외, 《확률과 통계》, 비상교육, 2020, 17-20쪽 박교식 외, 《확률과 통계》, 동아출판, 2020, 20-27쪽 홍성복 외, 《확률과 통계》, 지학사, 2019, 20-28쪽