

※ 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

문제 1.

자연수 n 에 대하여 $-2n \leq k \leq 2n$ 을 만족하는 정수 k 가 주어져 있을 때, 다음 [조건]을 모두 만족하며 좌표평면 위를 움직이는 도둑이 있다.

[조건]

- (가) 점 (x, y) 에 위치한 도둑은 한 번 움직일 때마다 점 $(x+1, y+1)$ 또는 $(x+1, y-1)$ 까지 최단 거리로 이동한다.
(나) 도둑은 원점 $O(0, 0)$ 에서 출발해 $4n$ 번 움직여 점 $(4n, 2k)$ 에 도착한다.

도둑이 이동하는 동안 지나간 모든 점들의 집합을 도주경로라 하자. (단, 도둑의 크기는 무시한다.) 예를 들어, [그림 1]은 $n=2$ 이고 $k=1$ 일 때 가능한 도주경로 중 하나를 나타낸 것이다.



[그림 1]

경찰은 도둑이 점 $(4n, 2k)$ 에 도착하였다는 제보를 받고, 도둑의 가능한 모든 도주경로 중 하나를 임의로 선택하여 수사를 진행한다. (단, 각 도주경로가 선택될 확률은 모두 같다.) 경찰이 선택한 도주경로가 세 점 $(2n, 2n)$, $(2n, 0)$, $(2n, -2n)$ 중 하나를 포함하면 경찰은 단서를 발견한다고 하자.

1-1. 자연수 n 의 값이 3 이고 정수 k 의 값이 0, 2, 4 일 때, 경찰이 단서를 발견할 확률을 각각 구하시오.

1-2. 자연수 n 에 대하여, 정수 k 의 값이 $2n-3$ 일 때 경찰이 단서를 발견할 확률을 p_n 이라 하자. 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$$

1-3. 주어진 자연수 n ($n \geq 2$)에 대하여, 경찰이 단서를 발견할 확률이 최소가 되도록 하는 정수 k 의 값을 모두 구하시오.

1-4. 자연수 n 에 대하여, 정수 k 의 값이 [문제 1-3]에서 구한 값 중 가장 큰 값일 때 경찰이 단서를 발견할 확률을 q_n 이라 하자. 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln q_n$$

수학 C

활용 모집단위	자연과학대학(수리과학부, 통계학과) 사범대학(수학교육과)
문항해설	[1-1] 같은 것이 있는 순열과 수학적 확률을 이해하고, 합의 법칙과 곱의 법칙을 활용하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다. [1-2] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 주어진 확률의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다. [1-3] 계승과 조합의 의미를 이해하고, 이를 이용하여 부등식의 해를 구할 수 있는지 평가한다. [1-4] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해하고, 급수의 합을 정적분을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다. 부분적분법을 이해하고, 이를 활용하여 로그함수의 정적분을 구할 수 있는지 평가한다.
출제의도	[1-1] 같은 것이 있는 순열과 수학적 확률을 이해하고, 합의 법칙과 곱의 법칙을 활용하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다. [1-2] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 주어진 확률의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다. [1-3] 계승과 조합의 의미를 이해하고, 이를 이용하여 부등식의 해를 구할 수 있는지 평가한다. [1-4] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해하고, 급수의 합을 정적분을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다. 부분적분법을 이해하고, 이를 활용하여 로그함수의 정적분을 구할 수 있는지 평가한다.
교육과정 출제근거	[개념] 합의 법칙, 같은 것이 있는 순열, 수학적 확률, 수열의 극한, 정적분과 급수의 관계, 부분적분법 [출처] 교육부 고시 제2020-236호 [별책8] “수학과 교육과정” 《수학》 - (5) 확률과 통계 ① 경우의 수 《미적분》 - (1) 수열의 극한 ① 수열의 극한 《미적분》 - (3) 적분법 ① 여러 가지 적분법, ② 정적분의 활용 《확률과 통계》 - (1) 경우의 수 ① 순열과 조합 《확률과 통계》 - (2) 확률 ① 확률의 뜻과 활용

자료출처

권오남 외, 《수학》, 교학사, 2020, 255-259쪽
김원경 외, 《수학》, 비상교육, 2020, 243-246쪽
류희찬 외, 《수학》, 천재교과서, 2020, 258-259쪽
박교식 외, 《수학》, 동아출판, 2020, 255-258쪽
황선욱 외, 《수학》, 미래엔, 2020, 261-264쪽
권오남 외, 《미적분》, 교학사, 2020, 17-20, 158-172쪽
김원경 외, 《미적분》, 비상교육, 2019, 16-18, 131-133, 143-146쪽
류희찬 외, 《미적분》, 천재교과서, 2020, 18-21, 172-182쪽
박교식 외, 《미적분》, 동아출판, 2020, 16-18, 140-155쪽
황선욱 외, 《미적분》, 미래엔, 2020, 16-19, 151-165쪽
권오남 외, 《확률과 통계》, 교학사, 2020, 16-18, 44-46쪽
김원경 외, 《확률과 통계》, 비상교육, 2020, 15-16, 37-40쪽
류희찬 외, 《확률과 통계》, 천재교과서, 2020, 18-20, 44-47쪽
박교식 외, 《확률과 통계》, 동아출판, 2020, 16-18, 43-45쪽
황선욱 외, 《확률과 통계》, 미래엔, 2020, 14-16, 43-45쪽